

**José Duarte Correia
Nilo César Coelho da Silva
Leonardo Castro de Oliveira
Luiz Felipe Ferreira**

Centro Geodésico e Centróide: Uma Abordagem Conceitual

**LISBOA
1996**

RESUMO

Este trabalho se destina a evidenciar conceitualmente os termos Centro Geodésico e Centróide, utilizados em diversas aplicações cartográficas, bem como na tecnologia de Sistema de Informação Geográfica. Fundamenta-se, primordialmente, em dois artigos: Chord Centers for Convex Polygons [DO91] e Computing the Geodesic Center of a Simple Polygon [PSR89]. São também abordados conceitos indiretamente relacionados, tais como: Centro de Massa, Centro de Gravidade, entre outros.

Centro Geodésico e Centróide: Uma Abordagem Conceitual

José Duarte Correia¹, Nilo César Coelho da Silva¹, Leonardo Castro de Oliveira¹, Luiz Felipe Ferreira¹

ABSTRACT

This work is designed in order to evidence the conceptualization of the expressions Geodetic Center and Centroid, used in several cartographic applications, as well as in Geographic Information Systems technology. It is settled, mainly, in two articles: Chord Centers for Convex Polygons [DO91] and Computing the Geodesic Center of a Single Polygon [PSR89]. Indirectly related concepts, such as: Center of Mass, Center of Gravity, among others, are also approached.

INTRODUÇÃO

Ocorre, com certa frequência, a necessidade de se definir o centro de uma dada região, que pode estar vinculada a uma certa parte da superfície terrestre, a um prédio, a uma indústria, etc. A definição da capital de uma unidade da Federação, a enfermaria no andar de um hospital e o refeitório para um conjunto de prédios podem ser tomados como exemplos práticos. Este centro contém, como propriedade geográfica, o fato de minimizar os maiores deslocamentos até qualquer ponto da superfície considerada.

No Brasil, o termo “Centro Geodésico da América do Sul” aparece em [QR94, pág. 176], e, por vezes, já apareceu na imprensa. Refere-se a um marco estabelecido pela Comissão Rondon, em 1909, na Praça Moreira Cabral, em frente à Assembléia Legislativa na cidade de Cuiabá-MT, com os seguintes dizeres:

¹ Alunos do Curso de Pós-graduação em Engenharia Cartográfica no IME, Brasil.

COMISSÃO RONDON

LAT. 15° 35' 56," 80 S

LONG. 56° 06' 05," 55 W

1° TENENTE RENATO BARBOSA REF 1909

Em 1941 o IBGE implantou um marco junto ao anterior, determinando as seguintes coordenadas astronômicas [CNG51]:

LAT. 15° 35' 56," 0 S

LONG. 56° 06' 00," 9 W

Em reconhecimento efetuado em 1995 pelo IBGE apenas foi encontrado o primeiro.

Não foi encontrada documentação que conceitue Centro Geodésico (C.G.) no IBGE.

Em pesquisa bibliográfica realizada no 1º semestre de 1996 no IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) foram encontrados artigos sobre o tema, sendo a mais antiga citação de 1985 [AT85], que evidencia o conceito, fundamenta e apresenta um algoritmo de cálculo. Como a definição matemática, apresentada pelos artigos consultados, tem um estreito vínculo com a prática, entende-se que seja a maneira mais adequada de caracterizar C.G., razão pela qual este trabalho se desenvolve baseado nesta bibliografia.

O termo **Centro Geográfico** aparece em um artigo do XIV Congresso Brasileiro de Cartografia [MA89], no qual os autores apresentaram os procedimentos adotados para a definição do Centro Geográfico do Estado do Rio Grande do Sul, utilizando cartas na escala 1:250.000 da Diretoria do Serviço Geográfico do Exército (sem citar o

Sistema Geodésico adotado). Efetuam-se interpolações gráficas de 15' em 15' (tornando uniforme a distribuição de pontos do polígono definidor do contorno do Estado), calculando a média aritmética das latitudes e das longitudes. Esta determinação está fundamentada na definição de centro médio de um polígono plano apresentada por [GS81], que consiste na busca do ponto que minimize a soma das distâncias quadráticas deste ponto a cada um dos pontos do contorno. Assim feito, chegaram aos seguintes resultados:

LAT. 29° 51' 06," 48 S
LONG. 53° 46' 02," 01 W

Concluíram, assim, que o Centro Geográfico do RS se localiza no Distrito de Santa Flora, Município de Santa Maria.

Comentaram, ainda, que há um povoamento florestal em forma de estrela, definido pelo Exército Brasileiro como o Centro Geográfico do RS, cujas coordenadas extraídas de carta 1:25.000 (não foi também citado o Sistema Geodésico) foram:

LAT. 29° 41' 00," 00 S
LONG. 53° 50' 36," 34 W

Encontra-se, pois, deslocado de aproximadamente 20km do anterior. Os autores mencionaram que não fora encontrada a documentação que descrevesse o método de cálculo empregado.

Como se nota, existe uma divergência de conceitos para se definir o centro de uma região da Terra. Por esse motivo, o presente trabalho visa pesquisar as diversas definições relacionadas com este tema, direcionando-as para as mais variadas.

CONCEITOS

São apresentados, a seguir, os conceitos básicos necessários ao desenvolvimento do tema proposto, bem como alguns complementares, tais como Centro de Massa e Centro de Gravidade, pelo vínculo indireto que apresentam com o assunto em pauta.

a) Polígono Plano: região planar fechada, cujo limite consiste na sucessão de segmentos de reta (lados) que não se interceptam. Assim, o termo "ponto do polígono" se refere a qualquer ponto do interior ou do contorno do mesmo [SHU57], [MOI66], e [BM62].

b) Polígono Convexo Plano: aquele em que todos os seus ângulos (formados por cada dois lados consecutivos) internos sejam menores do que 180° [SHU57]. Como exemplo, vide Figura 1.

Centros dos Polígonos Convexos Planos

Por um ponto do polígono (localizado no seu interior), podemos passar infinitas retas. A interseção de cada uma delas com o polígono define um segmento denominado **corda**, estando os seus dois extremos no contorno.

O ponto divide o segmento em duas partes designadas por **semi-cordas**. O termo **razão** significará o quociente entre os comprimentos das duas **semi-cordas** de uma mesma corda.

Os principais centros são definidos como:

1. Centro das Semi-cordas Máximas (circuncentro): a maior semi-corda associada a um ponto do polígono é a semi-corda máxima deste ponto.

O ponto do polígono que possui a menor semi-corda máxima, é um ponto único denominado Centro das Semi-cordas Máximas e corresponde ao centro do menor círculo circunscrito ao polígono. Em outras palavras, é o ponto do polígono que possui o menor valor de distância máxima a um ponto do contorno [DO91].

Assim, seja **p** um ponto do polígono e **d_{pi}** a distância de um ponto **i**, qualquer do contorno, a **p**. Cada ponto **p** terá associado um valor de **d_{max}**, ou seja, existirá um ponto **i** do contorno, mais precisamente um vértice (junção de dois lados consecutivos), que proporcione o valor máximo de **d_{pi}**.

O centro do polígono será o ponto **p** que apresente o menor valor de **d_{max}**, isto é, $\frac{\min}{p} \frac{\max}{i} (d_{pi})$.

Esta definição é a clássica de centro de um polígono convexo, que estendida ao côncavo, resulta no C.G..

2. Centro das Semi-cordas Mínimas (incentro): a menor semi-corda vinculada a um ponto do polígono é a semi-corda mínima deste ponto.

O ponto do polígono que possui a maior semi-corda mínima é denominado Centro das Semi-Cordas Mínimas, correspondendo ao centro do maior círculo inscrito ao polígono. Quando houver paralelismo entre lados opostos do polígono, haverá vários centros localizados num segmento de reta.

3. Centro das Cordas Máximas (centro de comprimento): a maior corda relacionada a um ponto do polígono é a corda máxima deste ponto.

O ponto do polígono que possui a menor corda máxima, é designado por Centro das Cordas Máximas.

Pode ser mais de um ponto (esparços ou em segmentos de reta).

4. Centro das Cordas Mínimas (centro de largura): a menor corda referente a um ponto do polígono é a corda mínima deste ponto.

O ponto do polígono que possui a maior corda mínima, é um ponto único designado por Centro das Cordas Mínimas.

5. Centro de equilíbrio (razão): a minimização da razão máxima ou a maximização da razão mínimo conduz a um mesmo resultado de Centro de Razão, que é um ponto único.

A Figura 1 reproduz o exemplo apresentado pelo artigo [DO91].

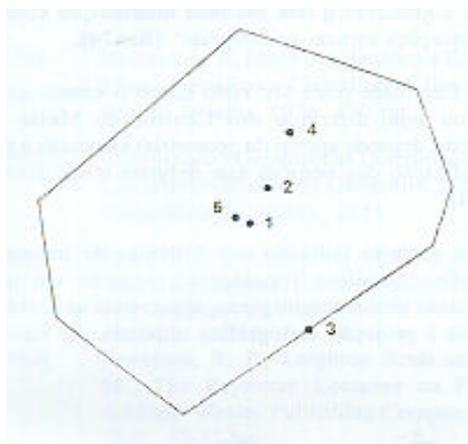


Figura 1. Localização dos centros dos polígonos convexos.

A numeração dos centros corresponde à numeração anterior.

Determinando-se analiticamente o Centróide – alínea i) deste artigo – desta figura, baseado no lançamento do desenho original (supostamente sem deformação) em papel milimetrado e cálculo com resolução de 0,5mm, verifica-se que coincide com o ponto 5, mostrando que o Centróide já difere do C.G., centro 1, neste simples polígono convexo.

NOTA: Em [DO91] (baseado em [DO89]), aparece uma conceituação de centro de área de um polígono plano. Escolhendo-se sempre o mesmo lado de uma corda qualquer, fica estabelecida uma área (parte do polígono). Cada ponto do polígono terá uma corda que resulte, entre todas, no menor valor de área. O ponto do polígono, que proporcionar o maior valor entre esses mínimos de área, será considerado o centro de área.

c) Polígono Côncavo Plano: o que possui pelo menos um ângulo interno ao polígono maior do que 180° [SHU57].

Centro de um Polígono Côncavo Plano: estendendo-se a definição do centro de um polígono convexo para o caso genérico de um polígono, esbarra-se na dificuldade em obter distâncias entre um ponto qualquer do polígono e pontos do seu contorno, sem que se tenha de passar para a sua parte externa. A Métrica Euclidiana é substituída pela Métrica Geodésica, para garantir deslocamentos mínimos, internos ao polígono, ou seja, a distância entre dois pontos quaisquer do polígono não mais será um segmento de reta, mas sim uma sucessão de segmentos de reta, totalmente internos ao polígono (Figura 2), tais que garantam distância mínima entre os pontos considerados. Surge, então, a definição geral de Centro Geodésico de um polígono plano qualquer [DO91].

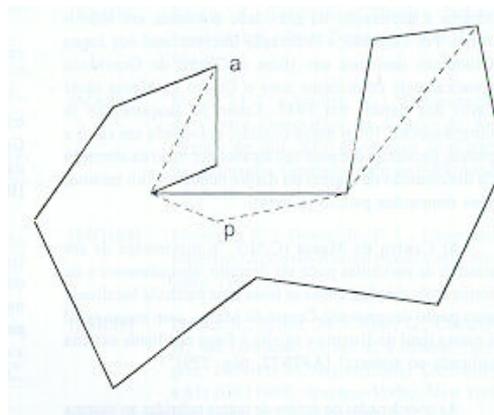


Figura 2. Polígono Côncavo Plano. Distância do ponto p aos vértices a e b.

d) Centro Geodésico de um Polígono Plano (genérico): é o ponto, do seu interior, que minimiza a maior distância entre si e um ponto qualquer do polígono [PSR89].

O Centro Geodésico, por exemplo, se aplica: na escolha de local para o centro de enfermagem de um andar de hospital; na seleção de local para dentro de emergência de uma ilha; na definição de sede administrativa de unidade territorial, em que se objetive minimizar o maior deslocamento a uma parte qualquer sua, supondo-se apenas deslocamentos genéricos em seu interior. Admitindo-se apenas deslocamentos rodoviários no último exemplo, possivelmente se encontre uma solução mais simples no estudo de caminhos mínimos e de alocação de centros (grafos).

e) **Polígono Esférico:** região fechada da superfície da esfera, limitada por uma sucessão de lados (arcos de círculos máximos), que não se interceptam [VAS46].

f) **Polígono Elipsóidico:** extensão do conceito anterior para o caso da superfície do elipsóide, sendo, os lados, trechos de linhas geodésicas.

g) **Centro de Gravidade:** é o ponto de aplicação da força **peso** (gerada por um campo gravítico) que atua em um corpo [AFIN72, pág 65].

O Centro de Gravidade coincide com o Centro de Massa quando a aceleração da gravidade é constante por todo o corpo [Fre65] e [FLS63]. É o ponto de aplicação de força externa de gravidade que atue sobre o corpo.

Nos casos de pequenos corpos situados próximos à superfície da Terra (grande parte das aplicações), pode-se admitir a aceleração da gravidade constante em todo o corpo. Por exemplo, a Federação Internacional dos Jogos Olímpicos deslocou em 10cm o Centro de Gravidade (praticamente coincidente com o Centro de Massa neste caso) dos dardos em 1985. Como os lançamentos já ultrapassavam 100m nessa ocasião, colocando em risco a platéia, decidiram diminuir seu alcance por meio da alteração da distribuição de massas do dardo, mantendo, no entanto, suas dimensões padrão [Glo96].

h) **Centro de Massa (C.M.):** “o movimento de um sistema de partículas pode ser descrito, abstratamente e de forma mais simples, como se fosse uma partícula localizada num ponto denominado Centro de Massa, com massa igual à massa total do sistema e sujeito à força resultante externa aplicada ao sistema” [AFIN72, pág. 229].

As coordenadas do centro de massa referidas ao sistema de coordenadas cartesianas (retilíneo ortogonal) serão dadas por (x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}) , tais que:

$$X_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M}; Y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{M}; Z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M}$$

onde:

- M – soma das massas de todas as partículas;
- x_i, y_i, z_i – coordenadas de cada partícula;
- m_i – massa de cada partícula; e
- n – número de partículas.

“Quando a distribuição de massa é contínua, os somatórios finitos tornam-se integrais ao longo de toda a extensão do corpo” [Bra74].

Quando a massa específica de um corpo é constante (densidade de massa uniforme), o Centro de Massa coincide com o Centróide [Tho67] e [Bra74].

i) **Centróide:** “seja. q_1, q_2, \dots, q_n uma distribuição de n partes distintas de uma grandeza (tal como área, comprimento, massa ou volume), cada uma localizada, respectivamente, em $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$. As coordenadas cartesianas do Centróide (x_c, y_c, z_c) de um corpo rígido serão, então, expressas por:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i q_i}{\sum_{i=1}^n q_i}; Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i q_i}{\sum_{i=1}^n q_i} \text{ e } Z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_i q_i}{\sum_{i=1}^n q_i}$$

Se a grandeza **q** tem uma distribuição contínua, estas equações tornam-se integrais” [Bra74].

O Centróide pode ser visto como o centro geométrico (ou seja, diferindo dos Centros de Massa e de Gravidade, depende apenas da geometria) associado à média da localização dos vértices que definem o seu contorno [BCAR].

Ele é muito utilizado nos Sistemas de Informação Geográfica (Análise Topológica), ocasião em que é determinado geralmente no plano, absorvendo as distorções, inerentes à projeção cartográfica utilizada. As equações passam a ser:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{A} \text{ e } Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{A}$$

onde, supondo a figura repartida para simplificar os cálculos:

- A – área do polígono;
- x_i, y_i – centro de uma parte (geralmente trapézio);
- A_i – área de uma parte; e
- n – número de partes.

CONCLUSÕES

O Centro Geodésico é diferente do Centro de Gravidade, que é diferente do Centro de Massa e que, por sua vez, é diferente do Centróide.

Na situação particular de todo o corpo estar submetido a valor constante de aceleração da gravidade, o Centro de Gravidade se particulariza no Centro de Massa; e este, na situação particular do corpo apresentar valor de massa específica constante, se particulariza no Centróide.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- [AFIN72] Alonso, M. e Finn, E. J. Física, Um Curso Universitário, Volume I – Mecânica, Editora Edgard Blücher LTDA, 1972. 481 pp.
- [BCAR] Bomham, G. S. e Carter, Geographical Information Systems for Geosciences, Geological Survey of Canada.
- [BM62] Brown, K. E. e Montgomery, G. C., Geometry Plane and Solid, Laidlaw Brothers Publishers, 1962.
- [Bra74] Branson, L. K., Mecânica, Estática e Dinâmica, Livros Técnicos e Científicos Editara S. A., Rio de Janeiro, 1974. 430 pp.
- [CNG51] Coordenadas Geográficas Determinadas pelo Conselho Nacional de Geografia, Biblioteca Geográfica Brasileira, 1951.
- [DO91] Díaz, M. e O'Rourke, J., Chord Centers for Convex Polygons, Contemporary Mathematics, Volume 119:29-43, 1991.
- [FLS63] Feynman, R. P.; Leighton R. B. e Sands, M., The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1963, 52-11 pp.
- [Fre65] Freier, G. D., University Physics, Experiment and Theory, Meredith Publishing Company, 1965, 593 pp.
- [Glo96] O Globo, Caderno de Esportes, pág. 6, 22/04/1996, Textos e Pesquisa de Jorge Luiz Rodrigues.
- [KKR73] Kittel, C.; Knight, W. D.; Ruderman, M. A.; Goldemberg, José e Wajntal, Wiktor, Curso de Físicas de Berkeley, Volume I, Mecânica, Editora Edgard Blücher LTDA, 1973, em convênio com o Instituto Nacional do Livro. 455 pp.
- [Kro59] Kronig, R., Textbook of Physics, 2nd revised english edition Pergamon Press, 1959, 961 pp.
- [MA89] Mundt, M. T. e Aguirre, A. J., Determinação do Centro Geográfico do Estado do Rio Grande do Sul, XIV Congresso Brasileiro de Cartografia, Gramado, maio de 1989, Anais – Volume 2.
- [MO166] Moise, E. E. e Downs Jr., F. L., Geometria Moderna, Addison-Wesley Publishing Company, 1966.
- [PSR89] Pollack. R.; Sharir, M. e Rote, G., Computing the Geodesic Center of a Simple Polygon, Discrete&Computational Geometry 4:611-626 (1989), Springer-Verlag, New York Inc.
- [QR94] Editora Abril, Quatro Rodas Guia Brasil 1994, 513 pp.