O NOVO MODELO GEOIDAL PARA O BRASIL

Lobianco, M.C.B.[1], Blitzkow, D. [2], Matos, A.C.O.C.[2]

1- IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, www.ibge.gov.br - lobianco@ibge.gov.br
2- EPUSP - PTR, Escola Politécnica da USP, http://www.ptr.poli.usp.br, dblitzko@usp.br, ana.matos@poli.usp.br

RESUMO - Em função de sua rapidez e precisão na obtenção de coordenadas, o Global Positioning System (GPS) revolucionou as atividades que necessitam de posicionamento. Isto tem gerado um crescente interesse por um modelo de ondulação geoidal mais acurado e preciso para aplicações nas áreas de mapeamento e Engenharia, onde há necessidade do conhecimento de uma altitude com significado físico, a altitude ortométrica. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística- IBGE e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo- EPUSP geraram um Modelo de Ondulação Geoidal com uma resolução de 10' de arco e desenvolveram o Sistema de Interpolação de Ondulação Geoidal - MAPGEO2004, que fornece a ondulação geoidal (N) em um ponto e/ou conjunto de pontos, referida aos sistemas SIRGAS2000 e SAD69. O cálculo do Modelo de Ondulação Geoidal empregou a integral modificada de Stokes, através da técnica de transformada rápida de Fourier (FFT). Os dados de entrada são constituídos de anomalias médias de Helmert em quadrículas de 10´x10´ em áreas continentais, obtidas a partir de informações gravimétricas do IBGE e de diversas instituições no Brasil e em países vizinhos, anomalias ar-livre derivadas da altimetria por radar a bordo de satélite em áreas oceânicas, modelo KMS99, o Modelo Digital de Terreno (MDT) de 1´x 1´ desenvolvido pela EPUSP e o modelo de geopotencial EGM96. Serão apresentados os erros associados ao modelo MAPGEO2004 e sua distribuição no Brasil.

ABSTRACT - Due to its speed and precision in obtaining coordinates, Global Positioning System (GPS) has revolutionized the activities that need positioning. An increasing interest in a more accurate and precise geoid model for applications in the areas of mapping and engineering, where the knowledge of a height with physical meaning is necessary, orthometric height. IBGE and EPUSP generated a geoid model - MAPGEO2004, that provides geoid models referred to SIRGAS2000 and SAD69.

PALAVRAS CHAVE: Gravimetria, geóide

1 INTRODUÇÃO

A revolução provocada pela tecnologia Global Positioning System (GPS) na qualidade dos posicionamentos horizontal e vertical, levou a uma necessidade de conhecimento cada vez mais preciso do modelo de ondulação do geóide em aplicações nas áreas de Geodésia, Geofísica e Engenharia. A altitude geométrica (h), determinada através de receptores GPS, pode ser transformada em altitude ortométrica ou normal (H) (quase-geóide, dependendo do sistema de altitudes empregado) utilizando-se a altura geoidal ou quase-geoidal. A precisão da transformação é função da precisão do modelo de separação entre o geóide e o elipsóide. O pleno aproveitamento da tecnologia GPS exige o constante refinamento da qualidade das informações utilizadas e nas teorias empregadas, assim como métodos mais adequados e rápidos para manipulação de grandes massas de dados, de modo a proporcionar economia de tempo e recursos.

Nesse trabalho, a solução do problema de valor de contorno da geodésia (PVCG) utiliza a abordagem de Stokes, onde a determinação do geóide é feita através de observações de gravidade. O geóide é representado pela superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que corresponde ao nível médio do mar. Em 1849, Stokes propôs a utilização de uma fórmula para a determinação da ondulação geoidal a partir das anomalias de gravidade (Stokes, 1849). Porém, a utilização da chamada fórmula de Stokes na Geodésia física, exigia medidas de gravidade sobre toda a Terra e anomalias de gravidade reduzidas ao geóide para se determinar a ondulação geoidal (N) de um ponto. Tendo em vista a insuficiente distribuição dessas informações, limitava-se a área de integração a uma calota esférica (ψ_o) em torno do ponto de cálculo. Porém, essa estratégia gerava erros devido à não consideração dos dados de gravidade localizados na zona externa a essa calota esférica, o chamado ``erro de truncamento''. Em 1958, o trabalho pioneiro de Molodensky na modificação da fórmula de Stokes, citado em (Molodensky,1962), marcou o início das pesquisas para diminuição deste erro e seus esforços foram

seguidos pelos de diversos geodesistas que têm se dedicado nos últimos anos a desenvolver estratégias para atingir esse objetivo.

Com a era espacial, modelos de geopotencial global (MGG) começaram a ser desenvolvidos e passou a ser possível combinar a contribuição regional no cálculo do geóide, através da fórmula de Stokes truncada, com a contribuição global, oriunda dos coeficientes desses modelos.

Os MGG são expressos em termos de coeficientes das funções harmônicas esféricas plenamente normalizadas e são combinados com dados terrestres de gravidade na integral de Stokes truncada através do chamado "esquema generalizado de Stokes". Esse procedimento combinado minimiza o erro de truncamento, pois sua expansão em série começa em um grau mais alto, onde os coeficientes de truncamento são menores em magnitude (assumindo que o modelo de geopotencial global ajusta-se perfeitamente ao campo de gravidade terrestre de baixo grau).

O "esquema generalizado de Stokes" para cálculo da separação geóide/elipsóide, proposto por Vanicek (1991), satisfaz a solução do PVCG quando é formulado para um modelo de referência da figura da Terra mais elevado que o de segunda ordem (Martinec, 1996). Nesse esquema, as ondulações do geóide de baixa freqüência, geradas por um modelo de geopotencial global (N_M), são estendidas para as altas freqüências por uma integração global de alta freqüência complementar, as anomalias terrestres de gravidade (Δg_M).

2 FORMULAÇÃO DE STOKES

A solução para o PVCG apresentada por Stokes define que é possível determinar o geóide a partir do conhecimento da gravidade em toda essa superfície. Nessa solução (1), a integral deve ser estendida a toda a Terra para que a separação (N) entre o geóide e o elipsóide de referência de um ponto possa ser calculada.

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S(\psi)\Delta g \text{ sen } \psi d\psi d\alpha \qquad (1)$$

onde R é o raio médio da Terra
γ é a gravidade normal na superfície do elipsóide de referência geocêntrico
ψ é o ângulo geocêntrico, ou distância esférica, entre o ponto de interesse e o ponto utilizado na integração
S(ψ) é a função núcleo (esférica) de Stokes
α é o azimute em torno do ponto de cálculo
Δg é a anomalia de gravidade

2.1 Modificação da função núcleo de Stokes

Para reduzir o erro de truncamento nos cálculos do geóide sobre uma calota esférica (ψ_o), foram propostos métodos baseados na modificação da função núcleo da integral de Stokes.

No cálculo do geóide a partir da combinação de coeficientes do potencial determinados por satélite (até grau e ordem L) e anomalias de gravidade terrestres (Δg), os primeiros M ≤ L graus são usados para definir um esferóide de referência e, a partir daí, os dados de gravidade terrestres são incluídos no cálculo através da integral de convolução do tipo Stokes. Para limitar a área de integração em uma calota esférica de menor raio possível, busca-se a função núcleo modificada de integração que seja mais apropriada. Diferentes modificações determinísticas da função núcleo de Stokes foram apresentadas por Molodensky (1962), Wong e Gore (1969), Meissl (1971), Heck (1987), Vanicek e Kleusberg (1987), Vanicek e Sjöberg (1991) e Featherstone (1998).

Em Evans e Featherstone (2000), é mostrado que uma modificação da função núcleo de Stokes deve levar a um aumento da taxa de convergência dos coeficientes de truncamento e, consequëntemente, do erro de truncamento. Com isso, é possível atenuar a contribuição das anomalias de gravidade de alta freqüência fora da calota esférica. A taxa de decaimento dos coeficientes de truncamento depende das propriedades suavizantes da função núcleo de erro.

A ondulação geoidal pode ser separada em duas componentes (Blitzkow, 1986):

$$N(\theta,\lambda) = -R\sum_{n=2}^{s}\sum_{m=0}^{n}(\overline{J'}_{nm}\overline{Y}^{c}_{nm} + \overline{K'}_{nm}\overline{Y}^{s}_{nm}) -$$

$$-R\sum_{n=s+1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(\overline{J'}_{nm}\overline{Y}^{c}_{nm} + \overline{K'}_{nm}\overline{Y}^{s}_{nm}) \qquad (2)$$

ou, de forma resumida:

$$N(\theta,\lambda) = N_S(\theta,\lambda) + \delta N_S(\theta,\lambda) \qquad (3)$$

onde o primeiro termo, $N_s(\theta,\lambda)$, pode ser obtido a partir de um MGG. A componente de curto comprimento de onda, $\delta N(\theta, \lambda)$, é calculada a partir de anomalias de gravidade local, reduzidas pelo MGG e utilizando-se a função núcleo de Stokes modificada através da seguinte equação:

$$\delta N_S(\theta,\lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\int_{\psi=0}^{\psi_o} S^M(\psi)\Delta g^S \sin\psi d\psi d\alpha \qquad (4)$$

onde $S^M(\psi)$ é a função núcleo de Stokes modificada.

Wong e Gore (1969) propuseram a remoção dos polinômios de Legendre de baixo grau da função núcleo de Stokes para que a magnitude do erro de truncamento e a taxa de convergência fossem reduzidas. Tal modificação é também chamada de função núcleo esferoidal de Stokes:

$$S^{WG}(\psi) = S(\psi) - \sum_{k=2}^{s} \frac{2k+1}{k-1} P_k(\psi) \qquad (5)$$

para $0 < \psi \leq \psi_0$.

A modificação de Meissl (1971) propõe a simples subtração do valor da função núcleo de Stokes na distância de truncamento ψ_o, fazendo com que a série de Fourier do erro de truncamento convirja para zero mais rapidamente (Featherstone, 1998):

$$S^{ME}(\psi) = S(\psi) - S(\psi_o) \qquad (6)$$

para $0 < \psi \leq \psi_o$

As propostas de Vanicek e Kleusberg (1987) e Vanicek e Sjöberg (1991) aplicam a modificação de Molodensky (1958, citada em Molodensky et al, 1962) da função núcleo esférica de Stokes à função núcleo esferoidal de Stokes. A estratégia de modificação utiliza a minimização do limite superior do erro de truncamento, gerando:

$$S^{VK}(\psi) = S^{WG}(\psi) - \sum_{k=2}^{s} \frac{2k+1}{2} t_k(\psi_o) P_k(\psi) \qquad (7)$$

onde $S^{WG}(\psi)$ é obtido pela eq. (5) e os coeficientes de Vanicek e Kleusberg, $t_k(\psi_o)$ ($2 \leq k \leq L$), são determinados para valores pré-selecionados de ψ_o e L, gerando o sistema de (L-1) equações lineares:

$$\sum_{k=2}^{s} \frac{2k+1}{2} t_k(\psi_o) e_{nk}(\psi_o) = Q_n^s(\psi_o)$$
$$= Q_n(\psi_o) - \sum_{k=2}^{L} \frac{2k+1}{k-1} e_{nk}(\psi_o) \qquad (8)$$
$$\text{para } 2 \leq n \leq L$$

Os coeficientes e_{nk} são calculados através do algoritmo de Paul (1973):

$$e_{nk}(\psi_o) = \int_{\psi_o}^{\pi} P_n(\cos\psi) P_k(\cos\psi) \sin\psi d\psi \qquad (9)$$

$Q_n^s(\psi_o)$ pode ser obtido por:

$$Q_n^s(\psi_o) = \int_{\psi_o}^{\pi} S^{WG}(\psi) P_n(\cos\psi) \sin(\psi) d\psi \qquad (10)$$

Neste trabalho, foi utilizada a modificação apresentada por Featherstone et al. (1998), definida como uma combinação das funções núcleo de Stokes propostas por Vaníček e Kleusberg juntamente com a de Meissl, gerando a seguinte equação:

$$S^F(\psi) = S^{VK}(\psi) - S^{VK}(\psi_o) \qquad (11)$$

onde o limite de integração é dependente do grau e ordem máximos selecionados para o MGG.

Para o cálculo da função núcleo de Stokes modificada de acordo com Featherstone, foi utilizado o programa STKMOD.FOR, em FORTRAN77, desenvolvido pela University of New Brunswick e modificado na EPUSP em 1996 e 2002.

3 DADOS UTILIZADOS

3.1 Dados gravimétricos

Ao longo dos anos, levantamentos gravimétricos foram efetuados com objetivos, equipamentos, metodologias e referências diferentes por diversas instituições brasileiras. Entre elas, destacam-se Observatório Nacional (ON), Petrobrás, Universidade do Paraná (UFPr), Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais (CPRM), Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas e Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (IAG/USP e EPUSP).

Tendo iniciado em 1989 com duração de três anos, o South American Gravity Project (SAGP) (Fairhead, 1991) foi financiado por empresas de petróleo com o objetivo de compilar, distribuir, processar e validar os dados de gravidade de empresas públicas e privadas no continente sul-americano e seus litorais. Os dados gravimétricos foram obtidos a partir de bancos de dados, fitas magnéticas e digitalização de mapas na área compreendida entre os paralelos 60° S e 20° N e entre os meridianos 25° W e 100° W. Após a coleta e identificação de suas características, foram convertidos para meio digital, reprocessados para obtenção de uma base mais homogênea e interpolados de modo a gerar uma grade de 5' x 5' (≈10 km x ≈10 km) (Figura 1).

Apesar do grande esforço de compilação, validação e homogeneização dos dados gravimétricos de diferentes instituições, alguns conjuntos dos dados obtidos não possuíam informações sobre sistema de referência, metodologia empregada, instrumental, tipo de altitude ou sobre o método de redução dos dados. Os dados gravimétricos determinados com fins de exploração geofísica, por exemplo, embora sejam numerosos e densos, em certos casos não possuem a precisão exigida nos cálculos geodésicos. Entretanto, em face das

dimensões do Brasil e dos grandes vazios de informações gravimétricas nele existentes, procurou-se aproveitar os dados que se encontram nessas regiões, mesmo com precisões inferiores.

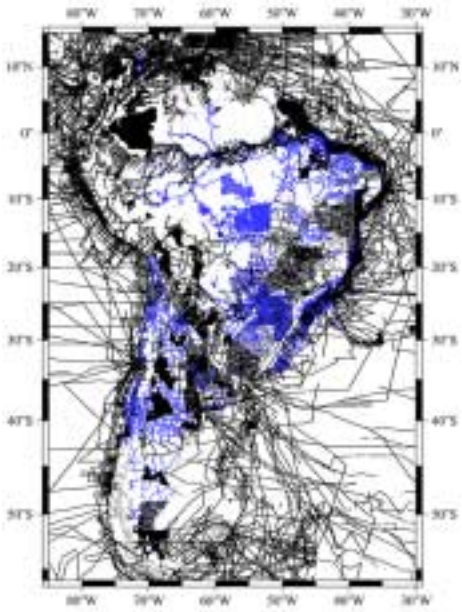

Figura 1. Dados do SAGP (em preto), ABGP e SAGS (em azul). (Fonte: GETECH)

A partir do SAGP, foram identificadas as áreas desprovidas de informações gravimétricas e novos levantamentos puderam ser concentrados nessas regiões. A criação do Anglo-Brazilian Gravity Project (ABGP), com sete anos de duração, um programa de cooperação entre a EPUSP, o IBGE e o GETECH (Universidade de Leeds) teve como objetivo executar levantamentos gravimétricos nos vazios das regiões de difícil acesso no centro-oeste e norte do Brasil, ao longo de rios e também utilizando aviões em pequenas cidades no estado de Amazonas (Figura 1).

Complementando os dois projetos citados, foi lançado o South America Gravity Studies (SAGS), com o objetivo de implantar e densificar redes gravimétricas de referência de países da América do Sul (Brasil, Paraguai, Argentina, Chile e Equador), que foi desenvolvido pelo IBGE e EPUSP, juntamente com equipes desses países e com o apoio do GETECH. Com esses levantamentos, em especial os próximos aos limites do Brasil, foi possível preencher os vazios de informação gravimétrica e validar os dados já disponíveis.

Todos os levantamentos conduzidos no Brasil pelo IBGE e EPUSP foram referidos à Rede Gravimétrica Fundamental do Brasil (RGFB) do ON. Nas regiões onde não havia estações da RGFB disponíveis como referência para os trabalhos de densificação gravimétrica, o IBGE implantou cerca de 300 estações de alta precisão também referidas á rede do ON (Figura 2).

Figura 2. Estações gravimétricas básicas de referência implantadas pelo IBGE/ EPUSP

Os dados utilizados nos cálculos desse trabalho foram os determinados pelo IBGE e EPUSP e aqueles gentilmente disponibilizados no âmbito dos projetos SAGP, ABGP e SAGS por diversas instituições nacionais e estrangeiras com o objetivo de cálculo do geóide. As observações de gravidade estão referidas a IGSN71 e à rede de observações absolutas de gravidade. Estes dados foram empregados para construir uma grade de anomalias médias de Helmert de 5' x 5', (Figura 3).

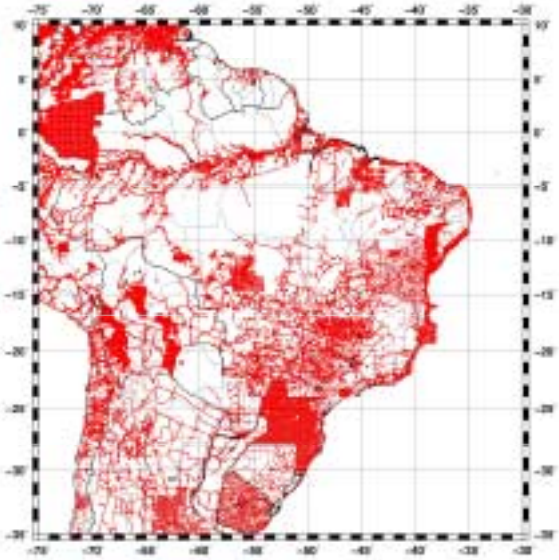

Figura 3. Grade de anomalias médias de 5’ x 5’

O valor médio das anomalias de Helmert em cada quadrícula foi obtido empregando a média aritmética dos dados ali constantes. Nas quadrículas onde não havia

dados, foi utilizado o recurso de interpolação do valor, também através de média aritmética, das quadrículas adjacentes. Com base na grade de 5' x 5', foi gerada a grade de 10' x 10' empregada no cálculo do modelo geoidal.

Nas áreas oceânicas, foram utilizadas anomalias ar-livre derivadas da altimetria por radar a bordo de satélite utilizando o modelo KMS99;

3.2 Dados GPS sobre nivelamento

Foram selecionadas 228 referências de nível, cujas altitudes ortométricas foram obtidas através de nivelamento geométrico pelo IBGE e que possuem altitudes elipsoidais determinadas com GPS. Com o mesmo propósito, também foram cedidas 205 estações pelo Prof. Nelsi Côgo de Sá, do IAG/USP (Figura 4).

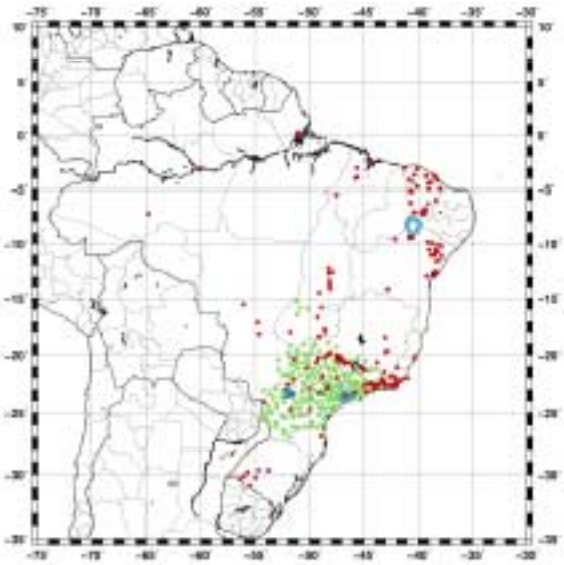

Figura 4. Estações GPS sobre nivelamento

Através da diferença entre as altitudes ortométricas e elipsoidais, foram obtidas ondulações geoidais para avaliação do modelo geoidal calculado. Apesar da Rede Altimétrica Brasileira (RAB) não apresentar uma perfeita consistência com uma mesma superfície equipotencial, os dados GPS/nivelamento apresentam-se como uma forma independente, ainda que não totalmente, de verificação de um modelo geoidal. Além disso, tendo em vista que a aplicação prática do modelo geoidal é transformar altitudes elipsoidais, determinadas por GPS, em altitudes da RAB, a utilização dos dados GPS/nivelamento é apropriada, embora sua distribuição no país ainda não seja ideal.

Cabe ressaltar que a RAB possui distorções provenientes de transportes de altitudes por longas distâncias, principalmente nas áreas mais desprovidas de dados geodésicos e gravimétricos, como a Amazônia. Além disso, as altitudes da RAB estão conectadas a apenas um marégrafo no sul do país (Imbituba).

3.3 Modelo de Geopotencial e Modelo Digital de Terreno

Foram utilizados o Modelo de Geopotencial (MG) EGM96 (Lemoine, 1998) até grau e ordem 180 e o Modelo Digital de Terreno (MDT) de 1´x1´, desenvolvido pela EPUSP (Matos, 2005), obtido a partir da digitalização de cartas topográficas, quando não disponíveis, utilizando o modelo GLOBE e o SRTM.

4 CÁLCULO DO MODELO DE ONDULAÇÃO GEOIDAL

O cálculo do Modelo de Ondulação Geoidal (Figura 5), com resolução de 10´, utilizou a integral modificada de Stokes, através da técnica de transformada rápida de Fourier (FFT) e foi corrigido do termo de ordem zero, No = -0,5 m, para compatibilização com o elipsóide GRS80, usado pelo SIRGAS2000.

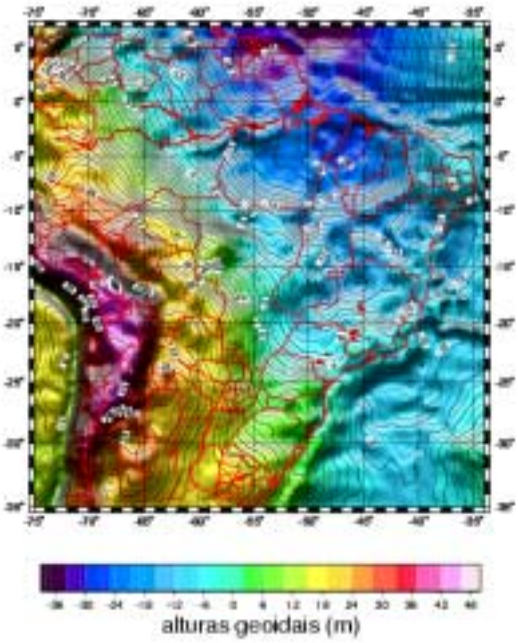

Figura 5. Modelo Geoidal em SIRGAS2000

O erro (diferença) médio padrão associado ao modelo MAPGEO2004 (Figura 6) foi de +/- 0,5 m, determinado a partir das comparações de altitudes GPS/nivelamento. Erros maiores que 0,5 m podem ocorrer em regiões onde existe carência de informações para subsidiar a elaboração do modelo, como por exemplo, a Região Amazônica.

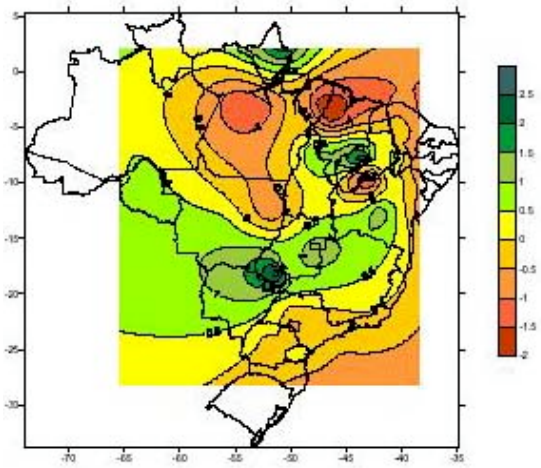

Figura 5. Modelo Geoidal em SIRGAS2000

5 REFERÊNCIAS

Blitzkow D. O Problema de Valor de Contorno da Geodésia: Resultados Práticos para a América do Sul. Tese (Livre Docência) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo. 81p, 1986.

Evans, J.D. e Featherstone, W.E. Improved Convergence Rates for the Truncation Error in Gravimetric Geoid Determination. **Journal of Geodesy**, 74 (2): 239-248, 2000.

Fairhead, J.D. The South American Gravity Project. **University of Leeds Technical Report**, April 1991.

Featherstone, W.E. e Sideris, M.G. Modified kernels in spectral geoid determination: first results from Western Australia. In: R. Forsberg and M. Feissl and R. Dietrich (Ed.). **Geodesy on the move: gravity, geoids, geodynamics, and Antarctica**, Berlin: Springer-Verlag. International Association of Geodesy Symposia , 119: 188-193, 1998.

Heck, B. e Grüninger, W. Modification of Stokes's integral formula by combining two classical approaches. **Proceedings of the XIX General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics**, Vancouver, Canada, 2: 309-347, 1987.

Lemoine, F.G. et al. The development of the joint GSFC and the national Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96, **NASA/TP-1998-206862**, Maryland, 1998.

Martinec, Z. e Vanícek, P. Formulation of the Boundary-Value Problem for Geoid Determination with a Higher-Degree Reference Field. **Geophysical Journal International**, 126: 219-228, 1996.

Matos, A.C.O.C. Geração e avaliação de modelos digitais de terreno para América do Sul para aplicações nas áreas de Geodésia e Geofísica. **Tese de doutorado pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**, São Paulo, 2005.

Meissl, P. Preparations for the Numerical Evaluation of Second-Order Molodensky-Type Formulas. **Ohio State University Report**, 163, Columbus, USA, 1971.

Molodensky, M.S., Eremeev, V.F. e Yurkina, M.I. Methods for Study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth. **Israeli Programme for the Translation of Scientific Publications**, 1962.

Paul, M.K. A Method of evaluating the truncation error coefficients for geoidal height. **Bulletin Géodesique**, 47, 413-425, 1973.

Stokes, G.G.. On the Variation of Gravity on the Surface of the Earth. **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**, 8: 672-695, 1849.

Vanícek, P. e Kleusberg, A. The Canadian Geoid - Stokesian Approach. **Manuscripta Geodaetica**, 12: 86-98, 1987.

Vanícek, P. e Sjöberg, L. Reformulation of Stokes's Theory for Higher Than Second-Degree Reference Field and Modification of Integration Kernels. **Journal of Geophysical Research**, 96 (B4): 6529-6539, 1991.

Wong, L. e Gore, R. Accuracy of Geoid Heights from Modified Stokes Kernels. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 18: 81-91, 1969.