

# PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO ENTRE SAD69 e SIRGAS2000

**Sonia Maria Alves Costa**

**Marco Aurélio de Almeida Lima**

**Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE**

**Diretoria de Geociências**

**Coordenação de Geodésia**

[soniamaria@ibge.gov.br](mailto:soniamaria@ibge.gov.br), [marcolima@ibge.gov.br](mailto:marcolima@ibge.gov.br)

Av. Brasil, 15.671 – Bloco III A – 2º andar

CEP: 21241-051 – Parada de Lucas – Rio de Janeiro, RJ

## RESUMO

O procedimento de transformação de coordenadas é um dos métodos de integração de sistemas de referência, cuja precisão depende da alternativa adotada na estimativa dos parâmetros. Com este propósito a solução encontrada foi estimar parâmetros escolhendo-se somente estações com coordenadas de alta precisão e acurácia, ou seja, trabalhando-se apenas com as estações estabelecidas por GPS.

Neste trabalho são apresentados os estudos que definiram os parâmetros oficiais SAD69 para SIRGAS2000, bem como as diferenças encontradas após a aplicação destes em diferentes materializações da Rede Geodésica Brasileira – RGB. Visando estabelecer um relacionamento matemático, o mais próximo possível, entre a realização SIRGAS2000 e a SAD69 é utilizado um modelo polinomial, na modelagem destas diferenças. Com este objetivo, o programa NTV2(*National Transformation Software Package: NAD27 – NAD83*), desenvolvido pelo *Geodetic Survey Division – Geomatics Canada* (GSD), foi alterado para a utilização com as informações da RGB. O NTV2 desempenha duas tarefas: a de transformar uma coordenada de um sistema em outro e modelar as diferenças oriundas das materializações dos sistemas de referência. Avaliando este procedimento, são apresentados alguns resultados e comparações com a solução do ajustamento SIRGAS2000.

Palavras chaves: Transformação de coordenadas, Rede Geodésica Brasileira, SIRGAS2000

## ABSTRACT

The procedure of coordinates transformation is one of the methods of integration of reference systems, whose precision depends on the alternative adopted of the parameters estimation. Following this idea the solution adopted was estimate parameters choosing station coordinates with high precision and accuracy, working only with the stations established by GPS.

This paper presents the studies that had defined official parameters between SAD69 and SIRGAS2000, as well as the differences after the application of these parameters in different realizations of the Brazilian Geodetic Network. Aiming to establish the mathematical relationship, between SIRGAS2000 and SAD69 realization it is used a polynomial model, to modeling these differences. With this goal, the program NTV2(*National Transformation Package Software: NAD27 - NAD83*), developed by Geodetic Survey Division - Geomatics Canada (GSD), was modified for the use of RGB's information. The NTV2 plays two tasks: to transform a coordinate of a system into other shape and the deriving differences of the reference systems realizations of the. Aiming to evaluate this procedure some results and comparisons between this solution and adjustment are presented.

Keywords: Coordinates transformation, Brazilian Geodetic Network, SIRGAS2000

## 1 INTRODUÇÃO

O estabelecimento de um Sistema de Referência Terrestre – SRT pode ser dividida em duas partes: a teórica ou abstrata e a prática ou física. A parte teórica está relacionada aos elementos definidores do sistema, alguns deles podendo ser estabelecidos empiricamente. Deste modo através de uma figura matemática – o elipsóide de referência e seus parâmetros de fixação e orientação no espaço é definido um SRT. Na prática, um SRT é caracterizado por um conjunto de estações geodésicas, configuradas na forma de rede e estabelecidas por técnicas de posicionamento, cujas coordenadas são calculadas segundo modelos matemáticos aplicados através de um ajustamento de observações. Em alguns casos, na prática é comum adotar para ambos, definição e materialização do sistema, uma única denominação, como é o caso do SAD69. Assim sendo, o ajustamento de uma rede geodésica pode ser realizado em uma mesma definição, com diferentes injunções ou a mesma rede poderá ser ajustada com respeito a várias definições [JUNKINS, 1996].

As implicações da integração do SIRGAS2000 ao Sistema Geodésico Brasileiro são: a introdução de um novo referencial definido e o reajustamento das observações geodésicas. Este processo acarreta a mudança das coordenadas das estações da rede geodésica, como um resultado combinado de dois efeitos [COLLIER et al., 1998].

- (1) O impacto da mudança do referencial definido. Este é um efeito que não altera a forma da rede e pode ser estimado através dos parâmetros da transformação de similaridade.
- (2) O impacto da inclusão de observações e nova metodologia de ajustamento altera a geometria (forma) da rede. Esta mudança na forma é denominada “distorção da rede” e não pode ser estimada através de uma transformação de similaridade.

Existe também um outro conceito relacionado à distorção de rede, no sentido de que as observações geodésicas estão eivadas de erros sistemáticos e acidentais. Enfatiza-se que estas distorções representam deslocamentos horizontais em um referencial de concepção clássica, e deve ser entendido que não afetem a terceira dimensão, a altitude [VANICEK & STEEVES, 1996].

A estimativa de distorções, segundo a mudança na forma da rede, requer a análise das diferenças entre as coordenadas de suas estruturas antiga e nova, realização 1996 (SAD69) e a realização 2004 (SIRGAS2000). Com o objetivo de realizar uma

TABELA 2 – DIFERENÇAS MÉDIAS ENTRE AS COORDENADAS DAS REDES GPS ESTADUAIS, REDE GPS E REDE PLANIMÉTRICA

análise preliminar sobre as duas realizações, onde a diferença máxima encontrada é da ordem de 5,42 metros, e uma média de 0,72 metros.

A primeira etapa deste trabalho baseia-se no estudo da escolha de um conjunto de estações GPS, para a estimativa dos parâmetros de transformação isento das interferências das diversas realizações da rede. Em um segundo passo, será apresentado alguns resultados da aplicação da modelagem de distorções utilizando o programa NTv2 *National Transformation Software Package: NAD27 – NAD83*. O programa NTv2 foi desenvolvido pelo *Geodetic Survey Division-GSD*, do *Geomatics Canada* e adaptado para sua utilização com os dados brasileiros.

## 2 ENSAIO PARA ESCOLHA DAS ESTAÇÕES

Inicialmente realizou-se uma análise no sentido de verificar a rigidez da rede GPS quando esta é ajustada com a rede planimétrica. Com este propósito foi realizado três ajustamentos com diferentes conjuntos de estações, sendo eles:

- Redes Estaduais (todas estações GPS pertencentes às redes estaduais);
- Rede GPS (todas estações GPS);
- Rede planimétrica completa (todas as estações que compõem a rede planimétrica).

O conjunto das redes estaduais possui 386 estações, a rede GPS possui 1416 estações e a rede completa 6118.

O valor médio das diferenças de coordenadas das estações GPS (planimétricas e altimétricas) obtidas nestes três ajustes foi de 1 mm, confirmando assim a boa rigidez da rede GPS. Estes resultados são apresentados nas tabelas 1 e 2.

TABELA 1 – DIFERENÇAS MÉDIAS ENTRE AS COORDENADAS DAS REDES GPS ESTADUAIS, REDE GPS E REDE PLANIMÉTRICA.

Diferenças em metros	Redes estaduais X Rede GPS	Rede GPS X Rede completa
Média plan.	0,001	0,001
Média vert.	0,003	0,001

**Diferenças em metros**  
Máxima planimétrica

**Redes estaduais X Rede GPS**  
**0,039** (91615-Rede SP)

**Rede GPS X Rede completa**  
**0,111** (2589 VT -MENEZES)  
**0,107** (10026 -AMAPA)  
**0,093** (1586 Rede Brasília)  
**0,086** (1584 Rede Brasília)  
**0,086** (91136 Rede Brasília)  
**0,088** (2587 VT-LENITA)  
**0,102** (10026- AMAPA)  
**-0,064** (2035 -GESAT)

Máxima vertical

**-0,062** ( 91643-Rede Paraná)  
**-0,062** ( 91654-Rede Paraná)  
**-0,059** (91654-Rede RJ)  
**-0,056** (91615-Rede SP)

Nesta primeira fase do período de transição, no qual estão sendo divulgadas somente as coordenadas das estações GPS, a preocupação maior é estimar um conjunto de parâmetros de melhor concordância com a rede GPS. Sendo assim, para a estimativa destes parâmetros não foi considerada a distorção proveniente das estações da rede clássica.

### 3 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO DE SAD-69 PARA SIRGAS2000 – RESUMO DOS RESULTADOS

Conforme justificativa apresentada no item 2 a solução foi estimar parâmetros escolhendo-se somente estações com coordenadas de alta precisão e acurácia, ou seja, trabalhando-se apenas com as estações estabelecidas por GPS com uma quantidade abundante de observações. Com este propósito foram selecionados três conjuntos de estações GPS sendo eles:

- 21 estações contendo somente as estações SIRGAS2000 pertencentes à rede continental.
- 63 estações contendo as estações SIRGAS2000 e Estações das Redes GPS estaduais
- 113 estações contendo as estações SIRGAS2000, Estações das Redes GPS estaduais e estações GPS pertencentes a outros projetos.

A distribuição geográfica destas estações nos conjuntos selecionados, são apresentadas nas figuras 1, 2 e 3.

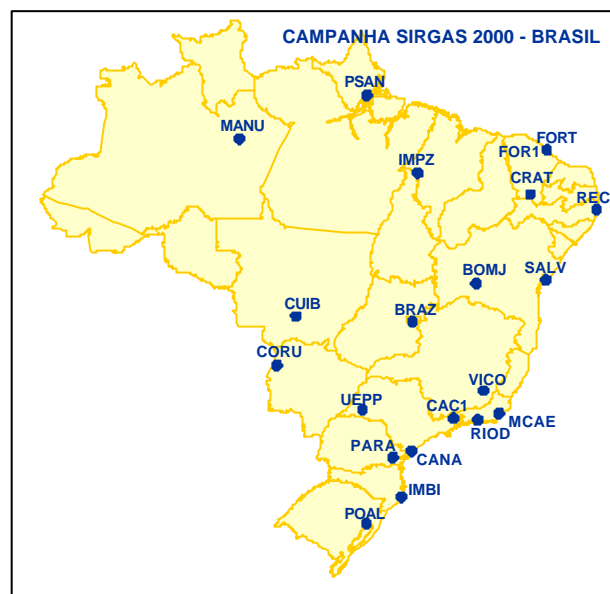


Figura 1 – Conjunto de 21 estações SIRGAS2000.

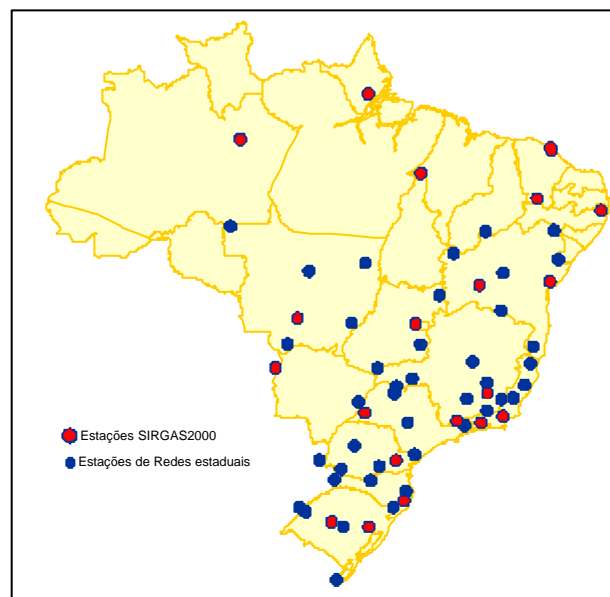


Figura 2 – Conjunto de 63 estações: SIRGAS2000 + Estações das Redes GPS Estaduais.

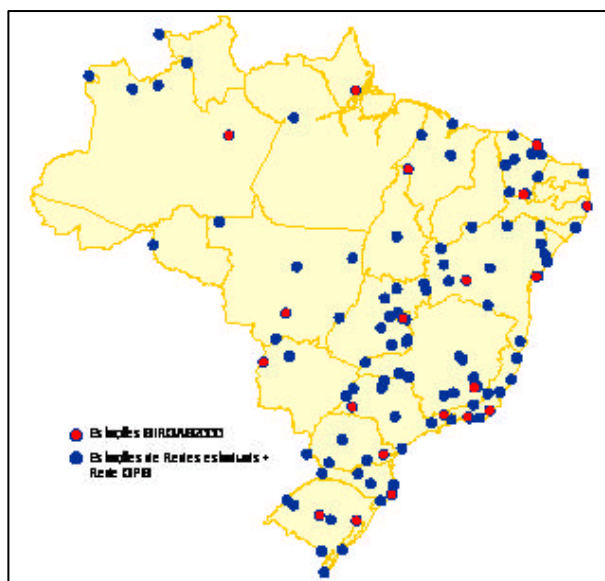


Figura 3 – Conjunto de 113 estações: SIRGAS2000 + Estações das Redes GPS Estaduais + estações GPS

O programa HELMR1 [ROTHACHER & MERVART, 1996] foi escolhido para os cálculos dos parâmetros de transformação. Este programa adota o modelo matemático de similaridade ou Helmert. Nesta modelagem são apresentados 7 parâmetros incógnitos, representando o relacionamento geométrico entre dois sistemas cartesianos ortogonais. As diferenças de origem de cada sistema são corrigidas através das translações (uma em cada eixo coordenado). As rotações fundamentais, ou ângulos de Euler podem ser consideradas a partir do momento que o paralelismo entre os sistemas não é assegurado na prática. O sétimo e último parâmetro considera as diferenças métricas ou diferenças em escala que ocorrem entre os sistemas geodésicos. Estas diferenças decorrem da aplicação de diferentes técnicas de levantamentos no estabelecimento das coordenadas das estações que vem a materializar o sistema definido. Os dados de entrada são os dois conjuntos de coordenadas elipsoidais, comuns a cada sistema de referência e a especificação dos respectivos elipsóides. O modelo matemático é aplicado indiretamente na estimativa dos parâmetros, através da constituição de sistemas de equações. De acordo com o procedimento mencionado, foram realizados testes para 3 e 7 parâmetros (com os 3

conjuntos de estações GPS), cujos resultados são apresentados na tabela 3.

A figura 4 apresenta as diferenças horizontais entre os sistemas SAD69 e SIRGAS2000 na forma de isolinhas. Comprova-se através desta figura, os impactos na adoção do SIRGAS2000 como um novo sistema de referência terrestre para o Brasil, acarreta alterações nas coordenadas planimétricas que poderão variar de 58 metros no nordeste, até 73 metros no extremo sul do país.

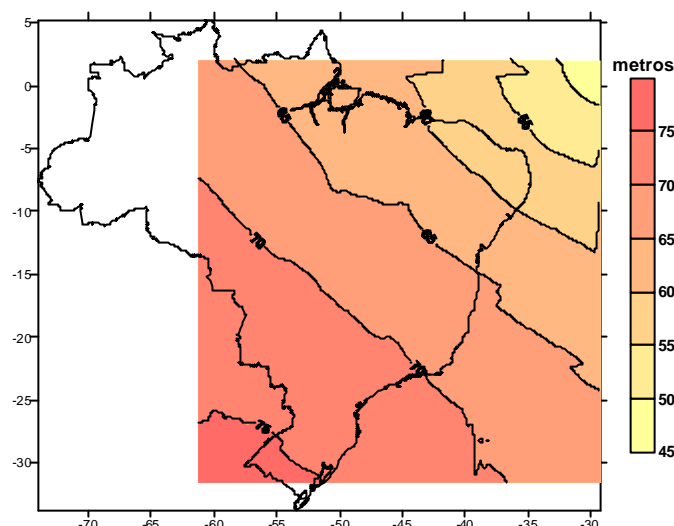


Figura 4 - Cartograma das diferenças entre coordenadas SAD-69, realização 1996 e SIRGAS2000

Segundo VANICEK & STEEVES [1996], não se deve considerar o parâmetro de escala como parte da transformação entre sistemas, porque a diferença em escala representa uma distorção sistemática oriunda da realização. Como os valores estimados para as rotações são desprezíveis, estes foram desconsiderados, concluindo-se que a escolha do resultado mais adequado seria o de 3 parâmetros contendo o conjunto de 63 estações (Rede SIRGAS2000 + Redes Estaduais GPS), sendo os valores destacados em cinza na Tabela 3.

TABELA 3 – RESULTADOS DA ESTIMATIVA DOS TESTES REALIZADOS PARA O CÁLCULO DE 3 E 7 PARÂMETROS

	3 PARÂMETROS			7 PARÂMETROS						
	DX prec. (M)	DY prec. (M)	DZ prec. (M)	DX prec. (M)	DY prec. (M)	DZ prec. (M)	Rot. X prec. "	Rot. Y prec. "	Rot. Z prec. "	Esc. prec. MM/KM
<b>21 SIRGAS</b>	67,34	-3,88	38,24	67,36	-3,83	38,35	-0,003	-0,002	0,002	0.007
<b>63 SIRGAS + REDES EST.</b>	67,35	-3,88	38,22	67,41	-3,79	38,27	-0,001	-0,001	0,003	0.005
<b>113 SIRGAS</b>	67,34	-3,88	38,24	67,33	-3,81	38,30	-0,002	0,001	0,002	0.011

+ REDES EST. + GPS										
-----------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Optou-se por não disponibilizar o erro dos parâmetros de transformação, pelo fato de que eles estão associados à localização geográfica da estação e pelo método de observação. Em contrapartida foram elaborados mapas de diferenças de coordenadas encontradas após a aplicação dos parâmetros em três realizações distintas da RGB, sendo elas:

- Rede GPS (Figura 5);
- Rede clássica, SAD69 realização 1996 (Figura 6);
- Rede clássica, SAD69 (Figura 7).

Observa-se na figura 5 que as diferença máxima encontrada é de 0,4 metros concentrada no Amapá e a diferença média é de 0,04 metros no contexto nacional. Na figura 6 são encontradas duas áreas críticas onde as diferença máximas são consideráveis, sendo elas:

- Mato Grosso 5,42 metros
- Belém 4,13 metros

A diferença média encontrada entre o SAD69, realização 1996 e SIRGAS2000 é de 0,72 metros. Na figura 7 são encontradas três áreas de diferenças máximas consideráveis, sendo elas:

- Amapá 52,22 metros
- Mato Grosso 11,61 metros
- Rio G. do Sul 11,99 metros

A diferença média encontrada entre o SAD69, realização 1996 e SIRGAS2000 é de 4,36 metros.

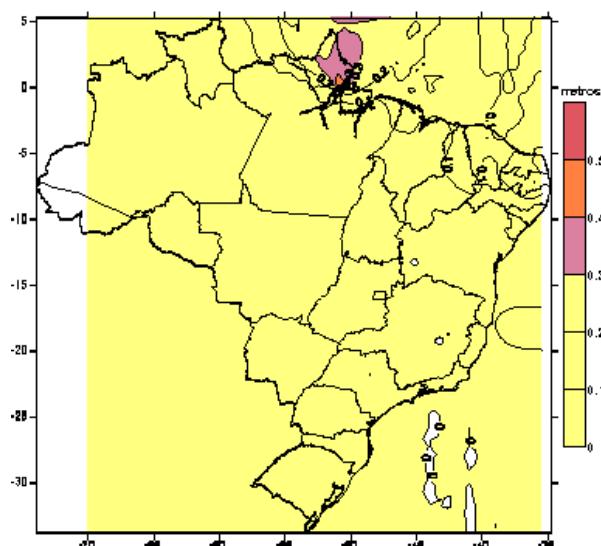


Figura 5 - Isolinhas representando as diferenças entre as coordenadas (componentes horizontais) transformadas SIRGAS2000 e ajustadas SIRGAS2000 na Rede GPS.

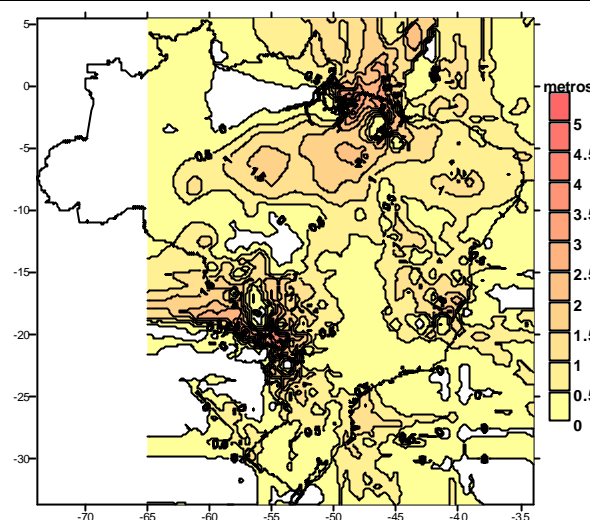


Figura 6 - Isolinhas representando as diferenças entre as coordenadas (componentes horizontais) transformadas de SAD69, realização 1996 para SIRGAS2000 e ajustadas SIRGAS2000 na rede clássica.

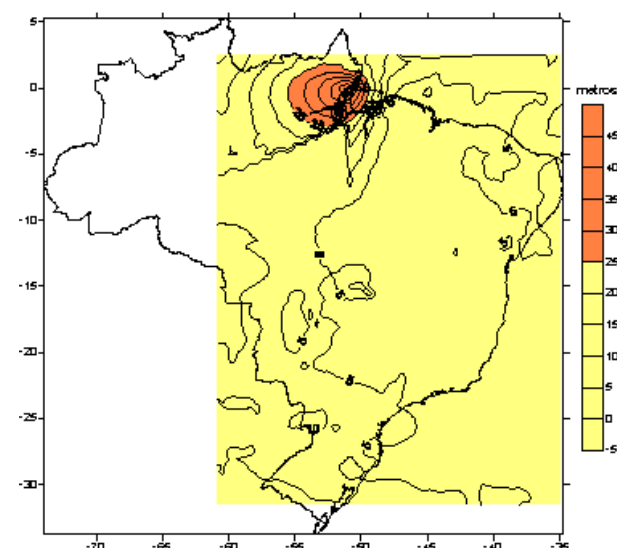


Figura 7 - Isolinhas representando as diferenças entre as coordenadas (componentes horizontais) transformadas de SAD69 para SIRGAS2000 e ajustadas SIRGAS2000 na rede clássica.

#### 4 APLICAÇÃO DA MODELAGEM DE DISTORÇÕES

Para uma melhor compreensão da metodologia proposta, serão adotadas as seguintes denominações para os diferentes conjuntos de coordenadas:

- SAD69<sub>AJD</sub> - 1996: Coordenadas ajustadas em SAD69, na realização 1996;
- SIRGAS2000<sub>AJD</sub>: Coordenadas ajustadas em SIRGAS2000, na realização 2004;

- $SIRGAS2000_{TRANS}$ : Coordenadas ajustadas em SAD69, na realização 1996, transformadas para  $SIRGAS2000$ .

Sendo assim, para o relacionamento SAD69 – 1996 e  $SIRGAS2000$  são traçadas as seguintes etapas:

1. Em um primeiro passo é realizado o cálculo dos parâmetros de transformação através do modelo de similaridade ou Helmert (preserva a ortogonalidade nas coordenadas transformadas) utilizando-se as coordenadas de pontos comuns que possuem melhor precisão em ambos sistemas. Com este objetivo, pretende-se estimar parâmetros “quase” isentos de distorções. Esta etapa foi apresentada no item 3 deste trabalho.

As coordenadas dos pontos comuns em  $SAD69_{AJD}$  – 1996 e  $SIRGAS2000_{AJD}$  são resultados de ajustamentos e não de transformação entre sistemas.

2. De posse dos parâmetros, as coordenadas de todas as estações que compõem o  $SAD69_{AJD}$  – 1996 são transformadas produzindo um conjunto de coordenadas  $SIRGAS2000_{TRANS}$ . Isso elimina a diferença entre a definição ou “quase” definição entre os dois sistemas (geocêntrico e regional), mas não considera as diferenças existentes entre as materializações 1996 e 2004.
3. Subtrai-se o conjunto de coordenadas  $SIRGAS2000_{TRANS}$  de  $SIRGAS2000_{AJD}$  para determinar as distorções, ou seja, as diferenças residuais existentes entre as materializações da rede planimétrica. Estas distorções serão modeladas através de modelo polinomial, fornecendo assim uma representação contínua entre os dois conjuntos de coordenadas. Para elaboração do modelo de distorções serão utilizadas todas as estações pertencentes às duas materializações.
4. Finalmente, as distorções modeladas são aplicadas às coordenadas  $SIRGAS2000_{TRANS}$  através de interpolação.

De um modo geral, a aplicação da modelagem de distorções apresenta resultados satisfatórios se houver uma boa densidade de estações, aliado a um bom comportamento das distorções. Portanto, se a distorção varia de forma randômica, a sua modelagem matemática será complexa e difícil.

## 5 RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA MODELAGEM DE DISTORÇÕES

Uma comprovação básica na aplicação de qualquer modelo matemático é a sua habilidade em

reproduzir o comportamento do fenômeno que está sendo modelado. Com relação à modelagem de distorções entre dois conjuntos de coordenadas, as diferenças remanescentes ou residuais após a aplicação do modelo fornecem a verificação de seu desempenho. Ambos, magnitude e distribuição espacial dos resíduos são importantes.

Como teste na aplicação deste procedimento foram utilizadas seis estações localizadas nas áreas de maiores distorções da rede brasileira. Estas estações não pertencem aos conjuntos de estações utilizadas para gerar o modelo de distorções. A área teste abrange os limites,  $+04^{\circ} \leq \phi \leq -32^{\circ}$  e  $-62^{\circ} \leq \lambda \leq -35^{\circ}$ . O grau do polinômio escolhido para o cálculo dos coeficientes foi 5 e 10 (os polinômios de grau 20 fornecem a mesma solução de grau 10). A distância de seleção dos pontos de controle foi testada em dois valores: 0,025 e 0,010.

Os resultados aqui apresentados, são referidos à transformação de SAD69, realização 1996, para  $SIRGAS2000$ . Na TABELA 4 é apresentado na primeira coluna a identificação da estação, na segunda coluna as magnitudes dos vetores de diferenças de coordenadas entre SAD69, realização 1996 e  $SIRGAS2000_{ADJ}$  e na terceira coluna são apresentadas as magnitudes dos vetores das distorções após a aplicação dos parâmetros de transformação calculados no item 3.

TABELA 4 - DIFERENÇAS (EM COORDENADAS) OBTIDAS ANTES DA APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO SAD69, realização 1996 /  $SIRGAS2000$  E RESÍDUOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO.

ESTAÇÃO	Diferença (metros)	Transf. 3 par. (metros)
4024 CHAPADÃO	75,695	0,210
2331 VILA OESTE	72,029	0,557
2127 ELDORADO I	72,556	4,134
10058 SA-22-1022	62,954	3,206
10615 SC-24-1020	59,998	0,610
10140 SA-23-5-M	61,924	1,782

Na TABELA 5 são apresentados os resultados obtidos após a aplicação da modelagem de distorções no NTv2, na segunda coluna estão os resíduos após a aplicação do coeficiente 10 para o polinômio e fator  $k$  de 0,025 e na terceira e quarta colunas os desvios padrão em latitude e longitude.

TABELA 5 - DIFERENÇAS OBTIDAS APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO E MODELAGEM DAS DISTORÇÕES NO NTv2 E DESVIOS PADRÃO DAS COORDENADAS.

EST.	n° Coef. = 10 k=0,025 (metros)	$\sigma\phi$ (metros)	$\sigma\lambda$ (metros)
4024	0,013	0,236	0,214
2331	0,002	0,031	0,038
2127	0,001	0,219	0,148
10058	0,004	0,406	1,086
10615	0,007	0,299	0,259
10140	0,046	0,400	0,655

Conclui-se que os resultados são satisfatórios na aplicação desta técnica, pois os resíduos obtidos são inferiores aos desvios padrão das coordenadas (colunas 3 e 4 da Tabela 5).

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os erros médios associados aos parâmetros de transformação SAD69, realização 1996 para SIRGAS2000 são:

Estações GPS: 4 cm (planimetria e altimetria);

Estações da Rede Clássica: 70 cm (planimetria)

A variação das diferenças encontradas nas materializações SAD69, considerando somente as estações da rede clássica:

(1) SAD69, realização 1996: 0 a 5 metros;

(1) SAD69: 0 a 50 metros.

A utilização da modelagem de distorções, seja ela em qualquer alternativa proposta não melhora a precisão das coordenadas de uma determinada estação que está sendo submetida a este procedimento na integração a outro referencial, como procedimento de integração, ela preserva apenas o relacionamento com o referencial a ser integrado.

A realização de estudos sobre parâmetros de transformação e modelagem de distorções não se esgota nestes resultados, existem inúmeros ensaios que a serem realizados utilizando o programa NTV2.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- JUNKINS, DR., ERICKSON C.. **Version2 of the National Transformation between NAD27 and NAD83 and It's Importante for GPS positioning in Canada.** Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, Ottawa, 1996.
- COLLIER, P.A.; ARGESSEANU, V.S.; LEAHY, F.J.. **Distortion Modelling and the Transition to GDA94.** The Australian Surveyor, vol. 43, n° 1, 1998.
- VANICEK, P.; STEEVES, R.R.. **Transformation of Coordinates between Two Horizontal Geodetic Datums.** Journal of Geodesy, vol.80, pp. 740-745, 1996.
- ROTHACHER, M.; MERVART L.. **Bernese GPS Software Version 4.0.** Astronomical Institute University of Berne, Berne, 1996.